Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янчука

А.Й.Джунь

ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ РОСТОМ І ВАГОЮ ДІТЕЙ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО

Модель ДА-50

**Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р.М. Літнарович**

Рівне, 2009

УДК 519.2

Джунь А.Й. Побудова і дослідження математичної моделі залежності між ростом і вагою дітей методом статистичних випробувань Монте Карло. Модель ДА – 50.МЕГУ, Рівне, 2009, -32 с.

Рецензент: С.В. Лісова, доктор педагогічних наук, професор.

Відповідальний за випуск: Й.В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор.

Дослідження проведені в рамках роботи наукової школи МЕГУ

На основі результатів експериментальних досліджень побудована математична модель залежності ваги дитини від її росту у вигляді поліному першого степеня по способу найменших квадратів.

В даній роботі генеруються середні квадратичні похибки, які приводяться до заданих нормованих, будується спотворена модель, зрівноважується по способу найменших квадратів. Знаходяться ймовірніші значення коефіцієнтів «а», «в», поліному першого степеня апроксимуючої математичної моделі.

Робиться оцінка точності і даються узагальнюючі висновки. Застосований метод статистичних випробовувань Монте Карло дав можливість провести широкомасштабні дослідження і набрати велику статистику.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів

Зміст

Передмова

За результатами експериментальних досліджень,знаючи вагу і ріст 200 дітей [7, с.104] будується математична модель залежності ваги дітей від їх росту у вигляді поліному першого степеня [5].

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі береться ріст (X_i) і вага ($У_i$).

За цими даними була побудована математична модель у вигляді поліному першого степеня способом найменших квадратів. Дану модель приймали за істинну модель.

В даній монографії генеруються випадкові числа, знаходиться коефіцієнт пропорційності К і дані випадкові числа севдо випа до середньої квадратичної похибки 0,5 см , що відповідає точності визначення росту дітей.

Будується спотворена модель, яка зрівноважується по способу найменших квадратів.

Дається оцінка точності елементів, зрівноважених процедурою способу найменших квадратів. Робляться узагальнюючі висновки.

Для студентів і аспірантів педагогічних ВНЗ. Може бути корисною для вихователів дитсадків, вчителів, педагогів, наукових працівників освіти.

1. Представлення істинної моделі

За результатами строгого зрівноваження [5,с.13] отримана емпірична формула залежності ваги дітей У від їх росту Х (істинна модель)

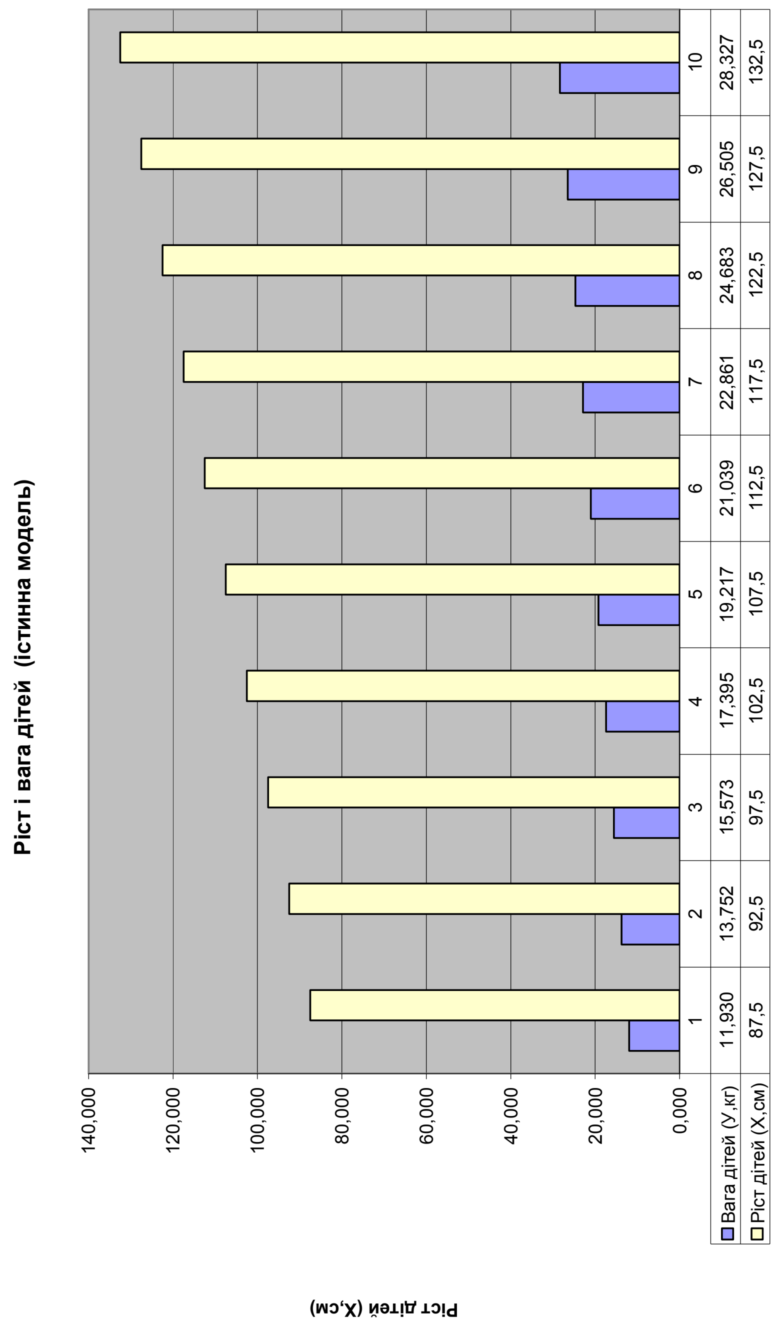
$$y' = -19{,}954233 + 0{,}364387x. \quad (1.1)$$

Таблиця 1. Вихідні дані істинної моделі у табличному вигляді [5,с.16]

№	Ріст,см ($\bar{x}$)	Вага в кг ($\bar{y}$)	$y'_{зрівноваж}$	$\varepsilon = y'_i - y_i$	ε^2
1	87,5	12,200	11,930	-0,2704	0,07312
2	92,5	14,428	13,752	-0,6765	0,45761
3	97,5	15,545	15,573	0,0285	0,00081
4	102,5	17,500	17,395	-0,1046	0,01094
5	107,5	18,857	19,217	0,3603	0,12984
6	112,5	20,167	21,039	0,8723	0,76085
7	117,5	22,300	22,861	0,5612	0,31495
8	122,5	24,286	24,683	0,3971	0,15771
9	127,5	26,000	26,505	0,5051	0,25509
10	132,5	30,000	28,327	-1,6730	2,79893
n=10	1100	201,283	201,283	0,0000	4,95985

За даними □севд.. 1 побудуємо діаграму (див.с.6), за допомогою якої підберемо степінь апроксимуючого поліному. У нас не визиває сумнівів провести апроксимацію емпіричних даних поліномом першого степеня.

Побудувавши ймовірнішу модель по способу найменших квадратів і зробивши оцінку точності її елементів, в подальшому необхідно провести дослідження точності залежності ваги дітей від їх росту методом статистичних випробувань Монте Карло. Для цього необхідно генерувати істинні похибки за допомогою генератора випадкових чисел.



2. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло

Прийнято, що точність спостережень дорівнює половині шкали найменшої поділки.

Тому логічно генерувати випадкові похибки з точністю, яка б дорівнювала 0,5 см , тобто половині шкали найменшої поділки, якою змірювався ріст дітей.

Сучасні калькулятори мають "вшиті" генератори для генерування випадкових чисел від 0 до 1, але вони генерують числа тільки зі знаком "плюс".

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.

1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдо випадкових) чисел ξ_i , натиском клавіш К, Сч, розраховують середнє арифметичне генерованих псевдо випадкових чисел ξ_{ip} .

$$\xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \xi_i}{n}, \qquad (2.1)$$

де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}, \qquad (2.2)$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гауса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} \Delta'^2 i}{n}} \quad , \qquad (2.3)$$

4. Вичисляють коефіцієнт пропорційності K для визначення істинних похибок необхідної точності

$$K = \frac{c}{m'_\Delta} \quad , \qquad (2.4)$$

де С – необхідна нормована константа.

Так, наприклад, при $m_{\Delta'} = 0{,}28$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c=0{,}5$, будемо мати

$$\text{К}_{0,1} = \frac{0{,}5}{0{,}28} = 1{,}785,$$

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K , \qquad (2.5)$$

6. Заключним контролем служить розрахунок середньої квадратичної похибки m_Δ генерованих істинних похибок Δ

$$m_\Delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} \Delta^2}{n}} \quad , \qquad (2.6)$$

і порівняння

$$m_\Delta = C \qquad (2.7)$$

В даній монографії використані випадкові числа , приведені в [1,-с.181].

Таблиця 2. Генерування псевдо-випадкових чисел і розрахунок істинних похибок

№	ξ_i	ξ_{cp}	$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}$	${\Delta'_i}^2$	$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K$	Δ_i^2
1	**0,51**	**0,42**	**0,09**	**0,0081**	**0,18763**	**0,03520515**
2	**0,7**	**0,42**	**0,28**	**0,0784**	**0,584**	**0,34075104**
3	**0**	**0,42**	**-0,42**	**0,1764**	**-0,8756**	**0,76668985**
4	**0,34**	**0,42**	**-0,08**	**0,0064**	**-0,167**	**0,02781641**
5	**0,07**	**0,42**	**-0,35**	**0,1225**	**-0,7297**	**0,53242350**
6	**0,5**	**0,42**	**0,08**	**0,0064**	**0,167**	**0,02781641**
7	**0,41**	**0,42**	**-0,01**	**0,0001**	**-0,0208**	**0,00043463**
8	**0,4**	**0,42**	**-0,02**	**0,0004**	**-0,042**	**0,00173853**
9	**0,84**	**0,42**	**0,42**	**0,1764**	**0,87561**	**0,76668985**
10	**0,43**	**0,42**	**0,01**	**1E-04**	**0,02085**	**0,00043463**
n=10	**4,2**	**Суми**	**-4E-16**	**0,5752**	**-8,7E-16**	**2,50000000**

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$\Delta'_m = \sqrt{\frac{0{,}5752}{10}} = 0{,}240$$

Коефіцієнт пропорційності

$$\mathrm{K} = \frac{0{,}5}{0{,}240} = 2{,}083\,.$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0{,}5$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{2{,}5}{10}} = 0{,}5$$

Таблиця 3. Побудова спотвореної моделі

№	Істинна модель		Δ_i	$x_{спотв.} = x_{іст.} + \Delta_i$
	$x_{іст}$	$y_{іст}$		
1	**87,5**	11,930	**0,18763**	**87,68763**
2	**92,5**	13,752	**0,584**	**93,08374**
3	**97,5**	15,573	**-0,8756**	**96,62439**
4	**102,5**	17,395	**-0,167**	**102,3332**
5	**107,5**	19,217	**-0,7297**	**106,7703**
6	**112,5**	21,039	**0,167**	**112,6668**
7	**117,5**	22,861	**-0,0208**	**117,4792**
8	**122,5**	24,683	**-0,042**	**122,4583**
9	**127,5**	26,505	**0,87561**	**128,3756**
10	**132,5**	28,327	**0,02085**	**132,5208**
	1100	201,282	**-8,7E-16**	**1100**

По даним спотвореної моделі виконують строге зрівноваження методом найменших квадратів і отримують ймовірніші моделі, яким роблять оцінку точності зрівноважених елементів і дають порівняльний аналіз на основі якого заключають на предмет поширення даної моделі для рішення даної проблеми в цілому.

1. Представлення системи нормальних рівнянь

У результаті проведеного експерименту ми маємо ряд результатів X_i, Y_i, функціональну залежність між якими будемо шукати за допомогою поліному степені К, де коефіцієнти a_i являються невідомими.

Тоді, система нормальних рівнянь буде

$$\begin{aligned}
&na_0 + a_3[x] + a_2[x^2] + \ldots + a_m[x^m] - [y] = 0,\\
&a_0[x] + a_3[x^2] + a_2[x^3] + \ldots + a_m[x^{m+1}] - [xy] = 0,\\
&a_0[x^2] + a_1[x^3] + a_2[x^4] + \ldots + a_m[x^{m+1}] - [x^2 y] = 0, \qquad (3.1)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&a_0[x^m] + a_1[x^{m+1}] + a_2[x^{m+2}] + \ldots + a_m[x^{2m}] - [x^m y] = 0,
\end{aligned}$$

де знаком [ ] позначена сума відповідного елемента.
Для поліному першого степеня виду

$$y = a + вx \tag{3.2}$$

Система нормальних рівнянь буде

$$\begin{aligned} в[x^2] + a[x] - [yx] = 0, \\ в[x] + na - [y] = 0, \end{aligned} \tag{3.3}$$

В подальшому будемо рішати систему лінійних нормальних рівнянь (3.3) одним із відомих в математиці способів.

4. **Встановлення коефіцієнтів нормальних рівнянь**

Приведемо розрахункову таблицю, на основі якої отримують коефіцієнти нормальних рівнянь.

Таблиця 4. Розрахунок коефіцієнтів нормальних рівнянь.

№	$x_{спотв}$	$y_{іст}$	x^0	x^2	xy	y^2	
1	**87,68763**	11,930	1	7689,12	1046,113	142,325	
2	**93,08374**	13,752	1	8664,58	1280,088	189,118	
3	**96,62439**	15,573	1	9336,27	1504,732	242,52	
4	**102,3332**	17,395	1	10472,09	1780,086	302,59	
5	**106,7703**	19,217	1	11399,90	2051,805	369,29	
6	**112,6668**	21,039	1	12693,80	2370,396	442,64	
7	**117,4792**	22,861	1	13801,35	2685,691	522,6	
8	**122,4583**	24,683	1	14996,04	3022,638	609,3	
9	**128,3756**	26,505	1	16480,30	3402,595	702,52	
10	**132,5208**	28,327	1	17561,78	3753,918	802,42	
Σ	**1100**	201,282	10	123095,23	22898,064	4325,289	

Таким чином, на основі проведених розрахунків нами отримана наступна система нормальних рівнянь

b[X ^{2}] + a[X] –[УХ] =0, (4.1)

b[X] + na – [У] =0.

123095,23b + 1100a - 22898,064 =0, (4.1‘)
1100b + 10.0a - 201,282 =0.

5. Рішення системи лінійних рівнянь способом Крамера

Нехай, маємо систему лінійних рівнянь

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_{1n} = b_1, \\ &a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n. \end{aligned} \qquad (5.1)$$

Для того, щоб із цієї системи визначити невідомі х, складемо із коефіцієнтів при невідомих визначних Δ, який називається визначником системи рівнянь (5.1).

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots a_{2n} \\ \ldots a_{n1} & \ldots a_{n2} & \ldots a_{nn} \end{vmatrix} \qquad (5.2)$$

Помножимо ліву і праву частини рівності (5.2) на x_i. В лівій частині будемо мати Δx_i, в правій же частині введемо у всі члени i-го стовпчика визначника a_{K} і множник x_i

$$\Delta \cdot x_i = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots a_{1i}x_i \ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots a_{2i}x_i \ldots a_{2n} \\ \ldots a_{n1} & \ldots a_{n2} & \ldots a_{ni}x_i \ldots a_{nn} \end{vmatrix} \qquad (5.3)$$

Потім до i-го стовпчика визначника (5.3) додамо всі інші стовпчики, помножені відповідно на $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Величина визначника

від цього не зміниться. Тоді i-стовпчик представить собою ліву частину системи рівнянь (5.1).

Замінимо його вільними членами цієї системи і позначимо через Δ_i

$$\Delta \cdot x_i = \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots b_1 \ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots b_2 \ldots a_{2n} \\ \ldots a_{n1} & \ldots a_{n2} & \ldots b_n \ldots a_{nn} \end{vmatrix} \qquad (5.4)$$

Звідки, $$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots b_1 \ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots b_2 \ldots a_{2n} \\ \ldots a_{n1} & \ldots a_{n2} & \ldots b_n \ldots a_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \ldots a_{2n} \\ \ldots a_{n1} & \ldots a_{n2} & a_{n3} \ldots a_{nn} \end{vmatrix}}. \qquad (5.5)$$

Формула (5.5) дає можливість визначити кожне невідоме системи лінійних рівнянь (5.1).

Якщо вільні члени системи лінійних рівнянь рівні нулю, то вона буде системою лінійних однорідних рівнянь.

Система лінійних однорідних рівнянь може мати рішення відмінне від нульового, якщо визначник системи Δ не рівний нулю.

Нехай,

A=[xy]-1/n([x][y]),
B=[X^2]-1/n([x]^2), **(5.6)**
C=[У^2]-1/n([У]^2).

І в нашому випадку

A=	[XY]-[X][Y]/n=	757,0436
B=	[X^2]-[x]^2/n=	2095,229333
C=	[Y^2]-[Y]^2/n =	273,844780

При цьому коефіцієнт кореляції r

$$r^2=A^2/BC \quad , \qquad (5.7)$$

тобто

$$r= A/\sqrt{(BC)}. \qquad (5.8)$$

При цьому

r= 0,99943108,

що говорить про надто високий зв'язок між факторною X і результуючою ознакою У. А це дає нам підстави вивести емпіричну формулу математичної моделі залежності ваги дітей від їх росту.

Таким чином, невідомий коефіцієнт b буде

$$b= A/B . \qquad (5.9)$$

І в нашому випадку

b=757,0436/2095,229333=0,361318

.

Коефіцієнт a знайдемо за формулою

$$a= 1/n([У] – b[X]). \qquad (5.10)$$

При цьому

a = 1/10(201,282 **– 0,361318*1100)=** -19,616753,

тобто математична модель, розроблена в даній монографії, буде

$$y' = -19{,}616753 + 0{,}361318x \ . \qquad (5.11)$$

6. **Контроль зрівноваження**

Контроль зрівноваження виконується за формулою

$$[У^2] – b[УX] – a[У] = [\varepsilon\varepsilon] \qquad (6.1)$$

І в нашому випадку

4325,289 – 0,361318*22898,064 + 19,616753*201,282**=**0,3115026,

а з другої сторони

[εε] = 0,3115026 ,

що говорить про коректність виконаної процедури строгого зрівноваження за способом найменших квадратів.

7. **Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь**

Середня квадратична похибка одиниці ваги розраховується за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-K}} \qquad (7.1)$$

У формулі (7.1) n - число початкових рівнянь, K - число невідомих. В нашому випадку $n=10; K=2$. ε- різниця між вирахуваним значенням y' і вихідним значенням y_i

$$\varepsilon_i = y_i' - y_i \qquad (7.2)$$

Підставляючи у виведену нами, формулу (5.11) значення X спотвореної моделі отримаємо розрахункові значення y', які будуть дещо відрізнятися від вихідних значень Y.

Середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами наших досліджень

μ= √(0,3115026/8)= 0,19733

Середня квадратична похибка коефіцієнта b

$$m_b = \mu\sqrt{(1/B)} \quad , \qquad (7.3)$$

де вага P коефіцієнта b розраховується за фомулою

$$P_b = (n[X^2] - [X][X])/n),$$

тобто

$$P_b = B. \qquad (7.4)$$

І в нашому випадку

$$m_b = 0{,}19733\sqrt{(1/2095{,}229333)} = 0{,}00431092.$$

Середня квадратична похибка коефіцієнта a

$$m_a = \mu\sqrt{([X^2]/B*n)}, \qquad (7.5)$$

де вага P коефіцієнта a розраховується за формулою

$$P\ a = (n[X^2] - [X][X])/[X^2]), \qquad (7.6)$$

тобто

$$P\ a = B*n/[X^2]. \qquad (7.7)$$

І в нашому випадку
m_a = 0,19733√(123095,23/2095,229333*10)= 0,47828934.
Середню квадратичну похибку зрівноваженої функції У′ розраховують за формулою

$$m_{y'} = \sqrt{(m_b^2(X_{сп.} - [X]/n)^2 + \mu^2/n))}. \qquad (7.8)$$

Таблиця 5. Порівняльний аналіз результатів строгого зрівноваження

№	$x_{спотв}$	$y_{іст}$	$y'_{зрівноваж}$	$\varepsilon = y_i' - y_i$	ε^2
1	**87,68763**	11,930	12,066	0,1363	0,01859
2	**93,08374**	13,752	14,016	0,2641	0,06972
3	**96,62439**	15,573	15,295	-0,2776	0,07709
4	**102,3332**	17,395	17,358	-0,0369	0,00136
5	**106,7703**	19,217	18,961	-0,2557	0,06540
6	**112,6668**	21,039	21,092	0,0528	0,00278
7	**117,4792**	22,861	22,831	-0,0304	0,00093
8	**122,4583**	24,683	24,630	-0,0534	0,00285
9	**128,3756**	26,505	26,768	0,2626	0,06898
10	**132,5208**	28,327	28,265	-0,0616	0,00380
n=10	**1100**	201,282	201,282	0,0000	0,31150

Використовуючи функцію ЛИНЕЙН, за результатами комп'ютерного розрахунку, отримали повністю автентичні результати:

0,3613178	-19,6168	**У=bх+**	а
0,0043109	0,478289	**mb**	ma
0,999	0,197	r²	my
7024,872	8,000	**Fстат.**	Dfст.св.
273,533	0,311503	**Регр.сум.кв**	Зал.сум.кв.

Таким чином, рівняння регресії значимо на рівні α =0,05 тому що критерій F розподілу Фішера-Снедекора

F=7024,872 > Fα,1,7=5.59.

Враховуючи смисл $S_R^2\ i\ S^2$, можна сказати, що значення F показує в якій мірі регресія краще оцінює значення залежної змінної У' в порівнянні із її середнім.

Значимість рівняння парної регресії для контролю може бути перевірена і другим способом, якщо оцінити значимість коефіцієнта регресії «в» (у=а+вх), який має t-розподіл Стьюдента з к = n – 2 степе-нями свободи.

Рівняння парної лінійної регресії або коефіцієнт регресії «в» значимі

на рівні α (інакше – гіпотеза Ho про рівність параметра β_1 нулю, тобто:
Ho :β_1 = 0, відкидається.), якщо фактично спостерігаємо значення статистики

$$t = \frac{b_1 - 0}{S}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2} \qquad (7.9)$$

більше критичного (по абсолютній величині), тобто

$$|t| > t_{1-\alpha;n-2}\,. \qquad (7.10)$$

Набираючи в MS Excel : «Сервис», «Анализ данных», «Парный двухвыборочный t – тест для средних», отримаємо

Парный двухвыборочный t-тест для средних		
	Переменная 1	*Переменная 2*
Парный двухвыборочный t-тест для средних		
	Переменная 1	*Переменная 2*
Среднее	110	20,1282
Дисперсия	232,8032592	30,427198
Наблюдения	10	10
Корреляция Пирсона	0,99943108	
Гипотетическая разность средних	0	
df	9	
t-статистика	29,15848389	
P(T<=t) одностороннее	1,60047E-10	
t критическое одностороннее	1,833112923	
P(T<=t) двухстороннее	3,20094E-10	
t критическое двухстороннее	2,262157158	
	X спотв.	Узрівн.

Таким чином, дисперсія по X Dx = 229.167, а середня квадратична похибка $m_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{232.803} = 15.258.$

При цьому $\sqrt{\left[(x-\bar{x})^2\right]} = \sqrt{(\mathrm{n}-1)}*15{,}258 = 45{,}774,\ де\ n = 10$

t – статистика для лінійної регресії буде

$$t = \frac{b}{\mu}\sqrt{\left[(x-\bar{x})^2\right]} = \frac{0{,}361318}{0.19733}45.774 = 83{,}81376.$$

Контролем має слугувати рівність

F = t ^{2}.

І дійсно, 83,81376 ^{2} =7024.746, а F = 7024,872.
Таким чином,

t = 83,814 > t $_{0.95;8}$ =2.31.

Надійні межі індексу кореляції визначаються через оцінки середньоквадратичного відхилення

$$m[R] = \frac{1-R}{\sqrt{n}}, \qquad (7.11)$$

$$\Delta R = +/- t_\alpha m[R]. \qquad (7.12)$$

І в нашому випадку

$$m[R] = \frac{1-0{,}999}{\sqrt{10}} = 0{,}0003,$$

$$\Delta R = (+/-)2{,}31 * 0{,}0003 = (+/-)0{,}0007.$$

Для парної лінійної регресії Y'=a+bx коефіцієнт еластичності знаходиться за формулою

$$K_x = \frac{(a+bx)'x}{y'}, \qquad (7.13)$$

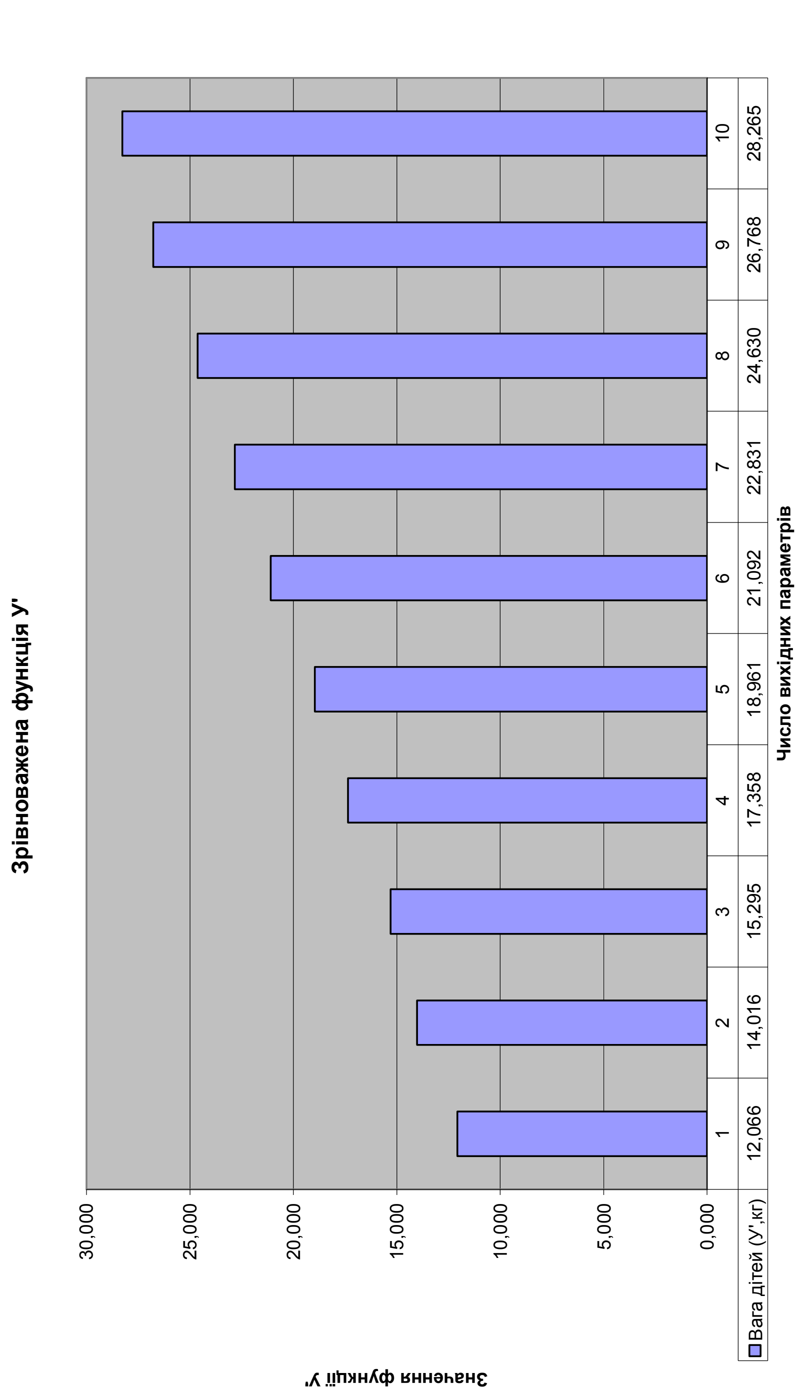
де штрихом у чисельнику позначена похідна, а в знаменнику –зрівноважене значення функції.

Або $$K_x = \frac{bx}{y'}. \qquad (7.14)$$

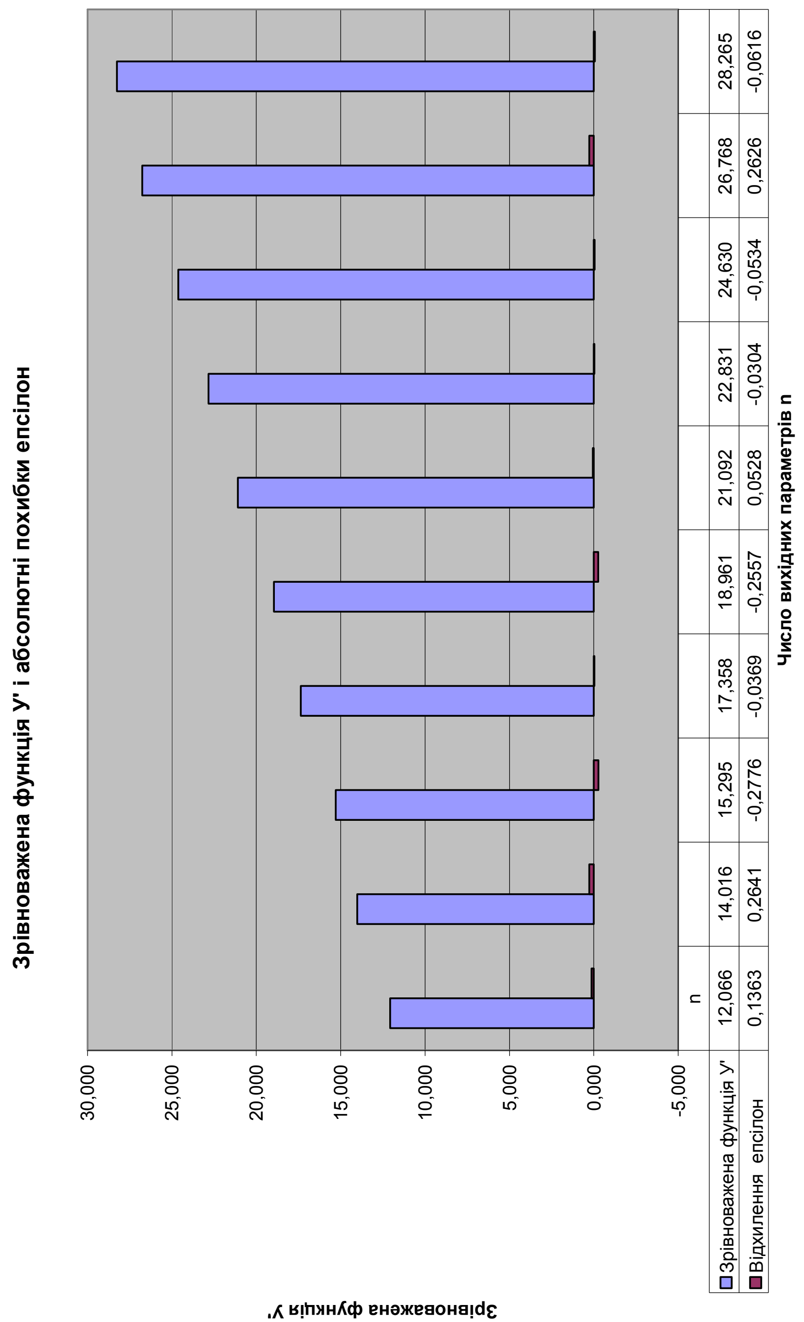
Так, наприклад, $K_{x5} = \dfrac{0{,}364387 \cdot 107{,}5}{19{,}217} = 2{,}038.$

Коефіцієнт еластичності показує, на скільки відсотків зміниться показник «У», якщо фактор «Х» зміниться на один відсоток.

Для представлення діаграм необхідно активізувати відповідну діаграму у розрахунковому файлі, копіювати її і перенести на відповідну сторінку документу Word, виділити, повернути на 90^0 активізувати «Формат», «Рисунок», «□севдо », «Масштаб 70%».

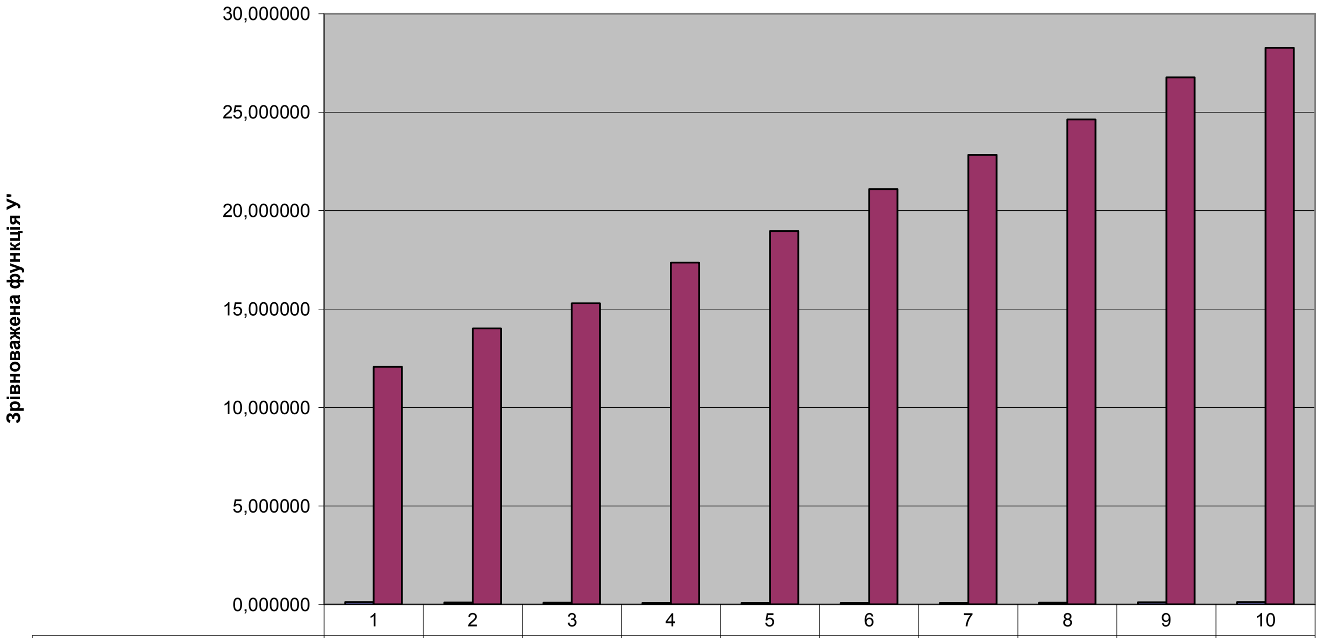


Зрівноважена функція У'
Значення функції У'
30,000
25,000
20,000
15,000
10,000
5,000
0,000
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Вага дітей (У',кг) 12,066 14,016 15,295 17,358 18,961 21,092 22,831 24,630 26,768 28,265
Число вихідних параметрів



Зрівноважена функція У' і абсолютні похибки епсілон
Зрівноважена функція У'
30,000
25,000
20,000
15,000
10,000
5,000
0,000
-5,000
n
Зрівноважена функція У' 12,066 14,016 15,295 17,358 18,961 21,092 22,831 24,630 26,768 28,265
Відхилення епсілон 0,1363 0,2641 -0,2776 -0,0369 -0,2557 0,0528 -0,0304 -0,0534 0,2626 -0,0616
Число вихідних параметрів n

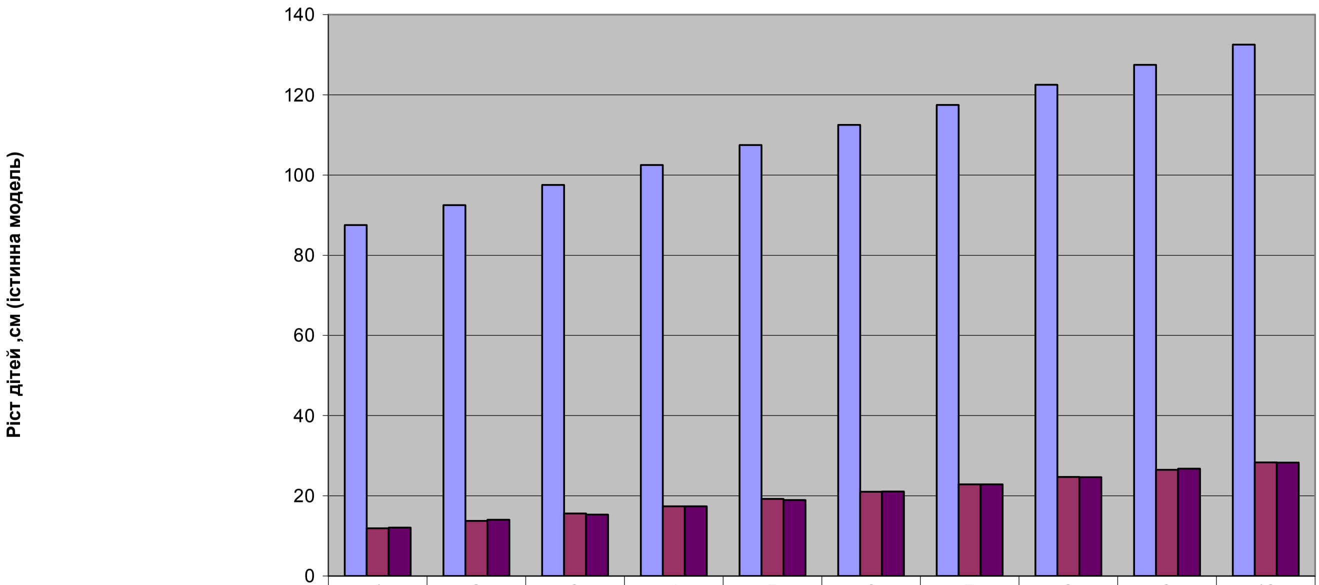
Математична модель і її похибки



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Середньоквадратичні похибки	0,114655	0,095978	0,084962	0,070613	0,063935	0,063450	0,070238	0,082330	0,100841	0,115410
Вага дітей (У',кг)	12,066	14,016	15,295	17,358	18,961	21,092	22,831	24,630	26,768	28,265

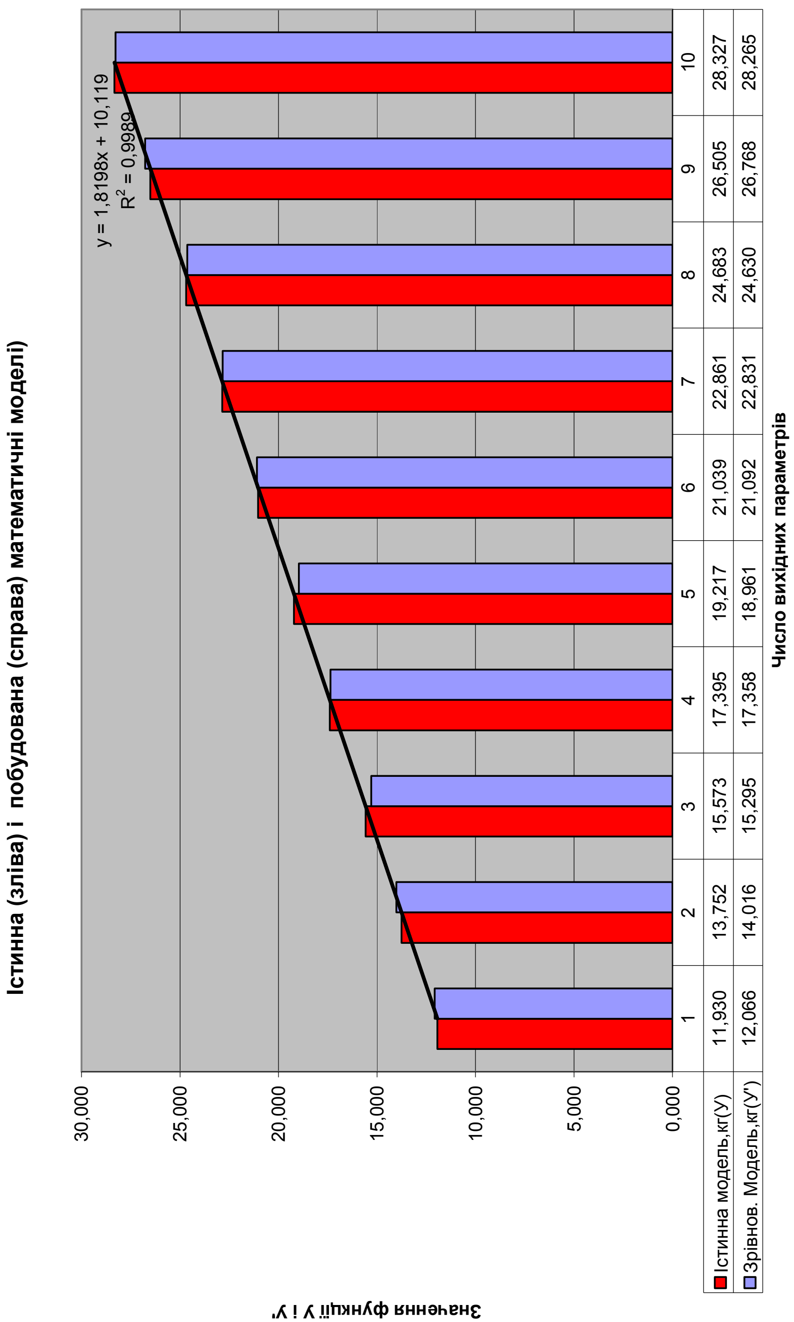
Середні квадратичні похибки

Ріст і вага дітей (істинна і зрівноважена модель)



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ріст дітей ,см (істинна модель)	87,5	92,5	97,5	102,5	107,5	112,5	117,5	122,5	127,5	132,5
Вага дітей,кг (істинна модель)	11,930	13,752	15,573	17,395	19,217	21,039	22,861	24,683	26,505	28,327
Вага дітей,кг(зрівн.модель)	12,066	14,016	15,295	17,358	18,961	21,092	22,831	24,630	26,768	28,265

Вага дітей.кг(істинна. і зрівнов. моделі)



На першій діаграмі «Ріст і вага дітей (істинна модель)» (див. стор.6) першим рядом (лівим стовпчиком) представлена вага дітей (У,кг) , другим рядом (правим стовпчиком) представлені значення «Х, см» , отримані
при побудові істинної моделі в [5].

В другій діаграмі «Зрівноважена функція У'», приведе-ній на с.21 наглядно представлена вага дітей побудованої в даній монографії математичній моделі ДА-50

На третій діаграмі «Зрівноважена функція У' і абсолютні похибки епсілон» (с.22) показано, що абсолютні похибки незначно впливають на кінцевий результат і ними цілком мажна нехтувати.

В четвертій діаграмі «Математична модель і її похиб-ки» (див.с.23) показано, що і середні квадратичні похибки,
також, незначно впливають на саму модель і ними цілком можна нехтувати. .

На п'ятій діаграмі (с.24) дано порівняння істинної і зрівноваженої математичної моделі, з якої неважко зробити висновок про адекватність даних моделей.

Шоста діаграма (с,25) ілюструє лінію тренда побудова-ної математичної моделі ДА-50 із встановленим коефіцієнтом достовірності апроксимації R^2 =0.9989.До виписаної комп'ютером на діаграмі формули слід підходити з великою обережністю тому, що комп'ютер □севдо випад діаграму на свій розсуд і загадковим чином не вказав □севдо випа масштабування.

Висновки

На основі проведених досліджень в даній роботі:

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.
2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель залежності ваги дітей від їх росту.
3. Математична модель апроксимована по способу найменших квадратів поліномом першого степеня.
4. Отримана формула

   Y'=a+bX= -19,61675 +0,361318 X

   залежності ваги дітей **У** від їх росту **Х**.
5. Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає 0,19733 кг;

- середня квадратична похибка визначення коефіцієнта a $m_a = 0{,}47828934;$
- середня квадратична похибка визначення коефіцієнта b при x $m_b = 0{,}00431092;$
- середні квадратичні похибки зрівноваженої функції m $_{\varphi}$

0,114655
0,095978
0,084962
0,070613
0,063935
0,063450
0,070238
0,08233
0,100841
0,115410

6. Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності.
7. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло.
8. Вона дає можливість охопити велику аудиторію, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в других моделях.
9. Робота виконується вперше. Нам не відомі літературні джерела, де б виконувались аналогічні дослідження в психології і педагогіці..

Література

1.Васильченко І.П.,Васильченко З.М. Фінансова математика.-К.:Кондор,2007. -184 с.

2. Літнарович Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого-педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло.Ч.1.МЕГУ, Рівне,2006,-45с.

3. .Літнарович Р.М. Спосіб найменших квадратів і його використання для обробки матеріалів психологічних і педагогічних експериментів.Частина 1. Курс лекцій. МЕГУ, Рівне, 2006, - 75 с.

4. .Літнарович Р.М. Застосування способу найменших квадратів до обробки матеріалів психологічних і педагогічних експериментів.Частина 2.Курс лекцій. МЕГУ, Рівне, 2007,-110 с.

5. Літнарович Р.М. Побудова і дослідження математичної моделі залежності між ростом і вагою дітей методом статистичних випробувань псевдо випа. Істинна модель. Апроксимація поліномом першого степеня. МЕГУ, Рівне, 2009, -32 с.

6.Максименко С.Д., Носенко Е.Л. Експериментальна психологія (дидактичний тезаурус). Навчальний посібник –К.: МАУП, 2004, -128 с.

7.Смирнов А.В. Применение методов корреляционного анализа в педагогических исследованиях. Современные психолого-педагогические проблемы Высшей школы.Выпуск 1. Издательство Ленинградского унивенрситета, 1973,-с.96- 109.

8. Цимбалюк В.І., Джунь А.Й., Джунь Й.В. Сучасні аспекти проблеми обгрунтування фундаментальних принципів математичного моделювання , критеріальних процедур і метод діагностики математичних моделей в правовій інформатиці.-К.: НДЦПІ АпрН України, 2007.-42с.

ДОДАТКИ

Додаток 1.Генерування псевдовипадкових чисел, підпорядкування їх нормальному закону розподілу і розрахунок істинних похибок

0,51	**0,42**	**0,09**	**0,0081**	**0,18763**	**0,03520515**
0,7	**0,42**	**0,28**	**0,0784**	**0,584**	**0,34075104**
0	**0,42**	**-0,42**	**0,1764**	**-0,8756**	**0,76668985**
0,34	**0,42**	**-0,08**	**0,0064**	**-0,167**	**0,02781641**
0,07	**0,42**	**-0,35**	**0,1225**	**-0,7297**	**0,53242350**
0,5	**0,42**	**0,08**	**0,0064**	**0,167**	**0,02781641**
0,41	**0,42**	**-0,01**	**0,0001**	**-0,0208**	**0,00043463**
0,4	**0,42**	**-0,02**	**0,0004**	**-0,042**	**0,00173853**
0,84	**0,42**	**0,42**	**0,1764**	**0,87561**	**0,76668985**
0,43	**0,42**	**0,01**	**1E-04**	**0,02085**	**0,00043463**
4,2	**Суми**	**-4E-16**	**0,5752**	**-8,7E-16**	**2,50000000**

ξ	$\bar{\xi}$	Δ'	$(\Delta')^2$	Δ	Δ^2

Додаток 2. Побудова спотвореної моделі.

87,5	11,930	**0,18763**	**87,68763**
92,5	13,752	**0,584**	**93,08374**
97,5	15,573	**-0,8756**	**96,62439**
102,5	17,395	**-0,167**	**102,3332**
107,5	19,217	**-0,7297**	**106,7703**
112,5	21,039	**0,167**	**112,6668**
117,5	22,861	**-0,0208**	**117,4792**
122,5	24,683	**-0,042**	**122,4583**
127,5	26,505	**0,87561**	**128,3756**
132,5	28,327	**0,02085**	**132,5208**
1100	201,282	**-8,7E-16**	**1100**
G	**H**	**E**	**I**
		Істинні	
Хексп.=Хіст.	**У іст.**	**похибки**	**Хспотв.**

Додаток 3. Розрахункова таблиця.

11,930	**87,68763**	1	7689,12	1046,113	142,325
13,752	**93,08374**	1	8664,58	1280,088	189,118
15,573	**96,62439**	1	9336,27	1504,732	242,52
17,395	**102,3332**	1	10472,09	1780,086	302,59
19,217	**106,7703**	1	11399,90	2051,805	369,29
21,039	**112,6668**	1	12693,80	2370,396	442,64
22,861	**117,4792**	1	13801,35	2685,691	522,6
24,683	**122,4583**	1	14996,04	3022,638	609,3
26,505	**128,3756**	1	16480,30	3402,595	702,52
28,327	**132,5208**	1	17561,78	3753,918	802,42
201,282	**1100**	10	123095,23	22898,064	4325,289
H	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**
Уіст.	**Хспотв.**	**Х0**	**Х^2**	**Y*X**	**Y^2**

Додаток 4. Розрахунок коефіцієнта кореляції

Розрахунок	коефіцієнта	A=	[XY]-[X][Y]/n=	757,0436
Розрахунок	коефіцієнта	B=	[X^2]-([x]^2)/n=	2095,229333
Розрахунок	коефіцієнта	C=	[Y^2]-([Y]^2)/n=	273,844780
Розрахунок	коефіцієнта	кореляції	r^2=A^2/BC =	0,998862485
	r=√r^2=	0,99943108		

Додаток 5. Вільні члени нормальних рівнянь

[YX]=22898,1

[Y]= 201,282

Додаток 6. Розрахунок коефіцієнтів апроксимуючого поліному

Розрахунок	коефіцієнта b		
	b=A/B=	0,361318	
Розрахунок	коефіцієнта a		
	a=1/n([Y]-b[X])=		-19,616753

Нами виведена формула за результатами теоретичних досліджень

Формула	побудованої моделі	математи	чної

Y'=a+bX=	-19,616753	+0,361318	X

Додаток 7. Оцінка точності функції φ y'

$$m_{\varphi} = \sqrt{m_b^2 \left[X_{cn.} - \frac{1}{n} \left[X \right] \right]^2 + \mu^2 / n}$$

mφ =

0,114655
0,095978
0,084962
0,070613
0,063935
0,063450
0,070238
0,08233
0,100841
0,115410

Додаток 8. Контроль зрівноваження

[Y^2]-	b[YX]-	a[Y]=	0,3115026
[εε]=	0,3115026		

Додаток 9. Оцінка точності зрівноважених елементів

Середня	квадратична похибка одиниці ваги			
μ=√(	**[εε]/(n-k))=**		0,19733	
Середня	квадратична похибка коефіцієнта а			нта b
mb=	μ√(1/B)=	0,00431092		
Се редня квадратична похибка коефіцієнта в			коефіціє	нта а
ma=	μ√([x^2]/B*n)	0,47828934		
Вага	коефіцієнта	b		
Pb=	B=	2095,2		
Вага	коефіцієнта	a		
Pa=	B*n/[X^2]	0,17021207		

Додаток 10. Обернена матриця

0,00047727	-0,05250022
-0,05250022	5,87502415

Джунь Анна Йосипівна

ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ РОСТОМ І ВАГОЮ ДІТЕЙ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО

Модель ДА-50

Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в редакторі Microsoft®Office® Word 2003 А.Й.Джунь

Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет ім.акад. Степана Дем'янчука

Кафедра математичного моделювання

33027,м.Рівне,вул.акад. С.Дем'янчука,4.